

Задача 7. Отг. 2. Да обърнем внимание, че $375 = 25 \cdot 3 \cdot 5$. Броят на кюлчетата може да се запише във вида $10\,000a + 1000b + 100c + 10b + a$ и това число трябва да се дели на 25. Тъй като 10 000, 1000 и 100 се делят на 25, то числото $10b + a$ също трябва да се дели на 25, а следователно и на 5. Но $a \neq 0$ е цифра и единствената възможност е $a = 5$. Като разделим на 5, заключаваме, че числото $2b + 1$ трябва да се дели на 5 и за цифрата b има 2 възможности: $b = 2$ и $b = 7$.

Ако $b = 2$, броят на кюлчетата е $52c25$ и това число трябва да се дели на 3. От признака за делимост на 3 следва, че сборът $5 + 2 + c + 2 + 5 = 14 + c$ също трябва да се дели на 3. За цифрата c има 3 възможности: $c = 1$, $c = 4$ и $c = 7$. Те водят до 3 случая за броя на кюлчетата: 52 125, 52 425 и 52 725. Всяко от тези 3 числа се дели на 75, но само 52 125 се дели на 125.

Ако $b = 7$, броят на кюлчетата е $57c75$ и това число трябва да се дели на 3. От признака за делимост на 3 следва, че сборът $5 + 7 + c + 7 + 5 = 24 + c$ също трябва да се дели на 3. За цифрата c има 4 възможности: $c = 0$, $c = 3$, $c = 6$ и $c = 9$. Те водят до нови 4 случая за броя на кюлчетата: 57075, 57 375, 57 675 и 57 975. Всяко от тези 4 числа се дели на 75, но само 57 375 се дели на 125.

Заключаваме, че отговорът на задачата е 2.

Оценяване. За записване броя на кюлчетата по степените на 10 се присъжда (**1 точка**). За разлагането $375 = 25 \cdot 3 \cdot 5$ и свеждане на задачата до делимост на 3 и 25 се присъжда (**1 точка**). За установяване, че $a = 5$ се присъжда (**1 точка**). За установяване, че $b = 2$ или $b = 7$ се присъжда (**1 точка**). За пълно изследване на случаите $b = 2$ и $b = 7$ с посочване на съответния отговор във всеки един от тях се присъждат по (**3 точки**).

Задача	1	2	3	4	5	6	7
Отговор	В	Е	А	В	А	9 и 7	2